

INFLUENCIA DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN QUINTO SECUNDARIA DE LA I.E “LOS LICENCIADOS” 2018

Juan Tacuri Mendoza, Víctor Alcides Coaquira Cárdenas
Unidad de Investigación e Innovación de Ingeniería de Minas Geología y Civil
Programa: Matemática - Área: Enseñanza de la Matemática
E_mail: juan.tacuri@unsch.edu.pe

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es emplear el Software Geogebra en diseñar actividades de aprendizaje con su uso que permita a los estudiantes alcanzar las destrezas con criterios del desempeño planificado por el ministerio de educación para realizar una enseñanza del tema de trigonometría del quinto grado de Educación Secundaria y así facilitar su proceso de enseñanza–aprendizaje y a los docentes facilitándoles información sobre las nuevas tecnologías que puedan impartir en sus planes de clase, también instrumentos de evaluación que permitan al docente verificar el nivel de alcance de los estudiantes. Es una propuesta didáctica para el aprendizaje significativo de funciones trigonométricas a partir de problemas experimentales, de tal manera que el estudiante descubra dichas funciones a través de sus aplicaciones. En particular se consideran problemas relacionadas con el uso de la tecnología (programa Geogebra). Nos enfocamos en fundamentos teóricos que fortalecen la didáctica de la enseñanza de funciones trigonométricas y a su vez los métodos de enseñanza necesarios para enseñar matemáticas basándose en los lineamientos curriculares planteados del Ministerio de Educación.

Palabras clave: Didáctica, Geogebra, funciones trigonométricas, aprendizaje y enseñanza.

INFLUENCE OF THE GEOGEBRA SOFTWARE IN THE LEARNING OF THE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS IN THE FIFTH SECONDARY OF THE I.E "THE LICENSED" 2018

ABSTRACT

The objective of this work is to use the Geogebra Software to design learning activities with its use that allows students to reach the skills with performance criteria planned by the Ministry of Education to teach the trigonometry topic of the fifth grade of Secondary Education and thus facilitate their teaching-learning process and teachers by providing information on the new technologies that they can impart in their class plans, as well as assessment tools that allow the teacher to verify the level of student reach. It is a didactic proposal for the significant learning of trigonometric functions from experimental problems, so that the student discovers these functions through their applications. In particular, problems related to the use of technology (Geogebra program) are considered. We focus on theoretical foundations that strengthen the teaching of trigonometric functions teaching and in turn the teaching methods necessary to teach mathematics based on the curricular guidelines proposed by the Ministry of Education.

Keywords: Didactics, Geogebra, trigonometric functions, learning and teaching.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación tiene como propósito, comprender, desarrollar y aplicar las gráficas de las funciones trigonométricas en el nivel de Educación Secundaria mediante el uso del software Geogebra de las funciones trigonométricas, como lo son la amplitud, fase, frecuencia y el valor constante. Una vez comprendido y desarrollado el tema, se pretende aplicar estos conceptos y este conocimiento matemático en la resolución de problemas que permita aplicar y tener una mejor comprensión de estos temas. El objetivo de este trabajo es establecer relación entre las matemáticas, el conocimiento y la diversión, de manera que se eviten los conceptos complicados o difíciles, con el tema funciones trigonométricas, además de buscar los lazos afectivos para los alumnos que aprenden matemáticas. Si los conocimientos se desarrollan en un contexto conocido y agradable para el alumno, es lógico que también mejore su rendimiento en los contenidos.

La utilización de sitios Web educativos como un recurso para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, se ha convertido en una necesidad y constituye una respuesta a la problemática que gira en torno a la comprensión cognoscitiva de conceptos y nociones matemáticas en los salones de clase.

En particular el tema de funciones trigonométricas presenta serias dificultades cognitivas en los estudiantes de educación secundaria del Perú, lo cual está claramente reflejado en las estadísticas del Departamento de Control de Calidad del Ministerio de Educación Pública, que muestran. Con el presente trabajo, se describe el proceso de desarrollo, implementación evaluación de un sitio Web para la enseñanza de temas de funciones en un nivel medio superior, basado en la teoría de aprendizaje cognitivista.

La enseñanza tradicional de la matemática en esta I.E Pública y en general en toda el país se caracteriza por dar

énfasis al desarrollo de algoritmos y el manejo de procedimientos sobre los objetos matemáticos, sin prestar la debida atención a los procesos, haciendo que el estudiante construya parcialmente los conocimientos matemáticos, sin lograr un aprendizaje significativo: así pues esta ciencia es convertida en un conjunto de reglas ,procedimientos y fórmulas para ser aplicadas en la resolución de ejercicios de carácter simbólico y debemos usarlas, de tal manera que proporcionen nuevas y mejores metodologías educativas que permitan al alumno alcanzarlos objetivos del proceso, comenzando por las competencias básicas. En este trabajo analizaremos algunos estudios que demuestran los beneficios que tiene en la educación, introducir las TIC y las características de GeoGebra como herramienta para el estudio de las matemáticas.

El mundo que nos rodea está viviendo cambios continuos, cada vez se generan nuevas tecnologías e innovaciones y la educación no se encuentra desligada de estos acontecimientos en especial de la informática, el internet, entre otras.

Hoy en día, estas nuevas herramientas han permitido revolucionar el proceso de enseñanza, donde anteriormente el maestro se consideraba como la fuente única de conocimiento, dándole a este el papel central del proceso educativo. Sin embargo, eso ha cambiado con el surgimiento del internet y las nuevas tecnologías donde el acceso a la información es ilimitado, transformado así el rol del profesor en el aula.

Con esta idea en mente, en este trabajo se motiva el estudio de las funciones trigonométricas Seno y Coseno a través fenómenos que se comportan de forma periódica, más específicamente los relacionados con el movimiento circular uniforme y con las ondas mecánicas. Para tal fin, se hace uso de la tecnología, en particular de programas Computacionales como el GeoGebra de elementos estadísticos como la Regresión. De esta manera, el trabajo tiene un carácter interdisciplinario.

La trigonometría se considera un campo importante en la matemática a nivel de secundaria porque está estrechamente relacionada con los pensamientos: geométrico, algebraico y variacional. También, se relaciona con procesos matemáticos como el planteamiento y la resolución de problemas y la modelación matemática.

MATERIAL Y MÉTODOS

Se aplicará el test de conocimiento para obtener los datos mediante la prueba de pre test y pos test considerando tres fases, fase inicial, fase experimental y fase final.

Metodología de la Investigación

Se considera tres fases:

1. Fase inicial
2. Fase experimental
3. Fase final

Fase inicial: esta consistirá en un test diagnóstico sobre los conceptos más relevantes para comprender el tema de función trigonométrica.

Fase experimental: Esta consistirá en utilizar una unidad didáctica adaptada a la teoría de los conceptos, para la enseñanza de funciones trigonométricas empleando el software Geogebra, dicha unidad se aplicará a los estudiantes de quinto grado de Educación Secundaria de la I.E. “Los Licenciados”.

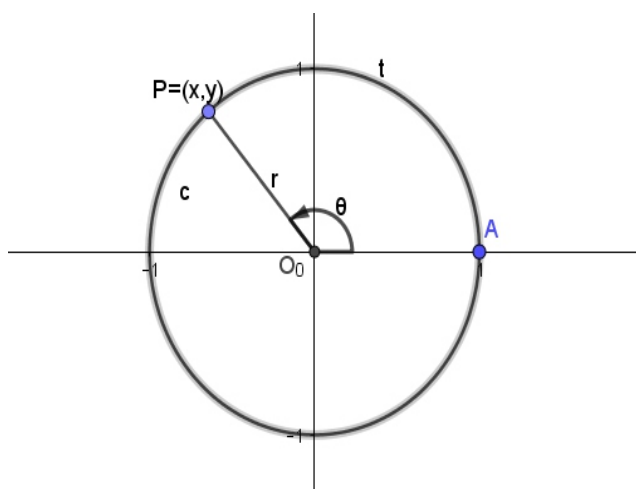
Fase final: consistirá en el mismo test aplicando el inicio de la investigación con el objetivo de observar la mejoría, si existe el rendimiento de los estudiantes después de la enseñanza con el uso de software Geogebra.

Las Funciones Seno y Coseno

Hasta el momento se ha trabajado las razones trigonométricas con ángulos agudos de un triángulo rectángulo. A continuación, se amplía el dominio al de los números reales. Es de anotar que las funciones que nos ocupan son el Seno y el Coseno.

Con esta idea en mente, es necesario antes definir lo que es un radian. Un radián (1 rad) es la medida de un ángulo central que subtende un arco cuya longitud es igual al del radio de la circunferencia. Puesto que la longitud de una circunferencia de radio r es igual a 2π , se tiene que $360^\circ = 2\pi$ rad.

En un sistema de coordenadas cartesianas, se dice que un ángulo está en posición normal si su lado inicial coincide con el semieje positivo X. Para hallar los valores de las funciones trigonométricas de números reales se utilizará un círculo de radio uno con centro en el origen “O”, t es un número real $0 \leq t \leq 2\pi$ se puede notar como la medida en radianes del ángulo θ . Así mismo, es la medida del arco partiendo desde el punto $A = (1,0)$ hasta un punto $P = (x,y)$. $t = r\theta$; $r = 1$; $t = \theta$.



Si se considera el ángulo θ en t rad, como el ángulo al girar el segmento OA alrededor de O, t sería igual al recorrido que realizaría A sobre la circunferencia para llegar al punto final P. Es necesario tener claro algunas condiciones:

Si $t > 0$, entonces OA gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

Si $t < 0$ entonces OA gira en el mismo sentido de las manecillas del reloj.

Si $t = 2\pi$ entonces A puede viajar varias veces sobre C antes de llegar a P.

El punto $P = (x,y)$ recibirá el nombre del punto sobre el círculo unitario C que corresponde a t . las coordenadas (x,y) del punto P se utilizaran para definir las seis funciones trigonométricas de t . relacionando el círculo unitario con las razones trigonométricas se obtiene:

$$\text{sent} = \text{sen}\theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y \quad \text{cost} = x$$

Varias propiedades se desprenden del hecho de que $P = (x,y)$ se localiza en el círculo unitario. Por ejemplo, se desprende que:

$$-1 \leq x \leq 1 \quad y \quad -1 \leq y \leq 1$$

Y puesto que $y = \text{sent}$ y $x = \text{cost}$ donde

$$-1 \leq \text{cost} \leq 1 \quad y \quad -1 \leq \text{sent} \leq 1$$

Con estas observaciones se tiene que las funciones $f(t) = \text{sent}$ y $g(t) = \text{cost}$ tienen un dominio en el conjunto de los números reales y el rango es el intervalo $[-1,1]$.

Además, a partir de la definición se deduce que:

$$\text{sent} = \text{sen}(t + 2\pi) \quad \text{cost} = \text{cos}(t + 2\pi)$$

Y de forma más general:

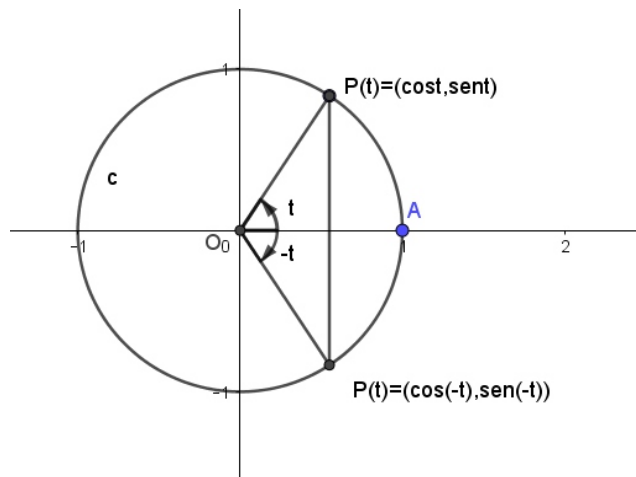
$$\text{sent} = \text{sen}(t + 2\pi n) \quad \text{cost} = \text{cos}(t + 2\pi n)$$

Donde n es cualquier número entero.

Una función f es **periódica**, si existe un número real positivo k , tal que: $f(x) = f(x+k)$ Para todo x del dominio de f . El menor número real, si existe es el periodo de f .

Por lo tanto, las funciones Seno y Coseno son funciones periódicas con periodo 2π .

Para todo número real t , los puntos $p(t)$ y $p(-t)$ en el círculo unitario se localizan en el lado terminal de un ángulo t y $-t$ radianes, respectivamente. Estos dos puntos siempre serán simétricos con respecto al eje X .



En la figura muestra que las coordenadas $p(t)$ y $p(-t)$ son iguales, y las coordenadas de Y de los dos puntos tienen las mismas magnitudes pero con signos opuestos. Las mismas simetrías serán válidas sin importar el cuadrante que contenga $P(t)$. Si $f(t) = \text{sent}$ y $g(t) = \text{cost}$, entonces para cualquier número real t ,

$$f(-t) = -f(t) \quad y \quad g(-t) = g(t)$$

La función seno es impar y la función coseno es par, para cualquier número real t esto es,

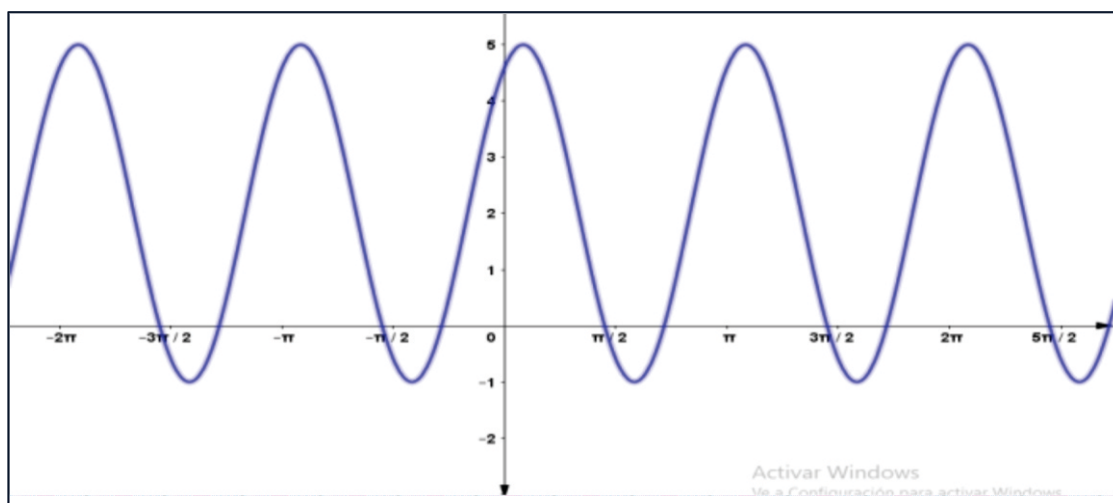
$$\text{sen}(-t) = -\text{sen } t ; \text{cos}(-t) = \text{cos } t.$$

Algunos análisis de la definición de funciones trigonométricas.

Por ejemplo consideremos la función

$$f(x) = 2 + 3\text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

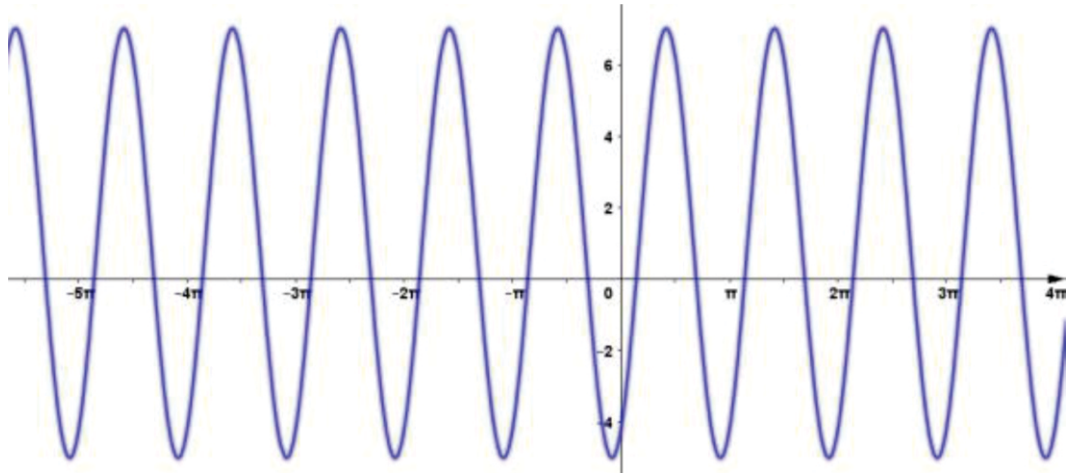
Aquí se modifican todos los parámetros: la gráfica tiene una amplitud de 3 (es muy grande), tiene una frecuencia de 2 y se avanza $\frac{\pi}{3}$ unidades (por el signo +).



Si la función es de la forma

$$f(x) = 1 + 6\text{sen}\left(2x - \frac{3}{\pi}\right)$$

entonces la gráfica es



RESULTADOS

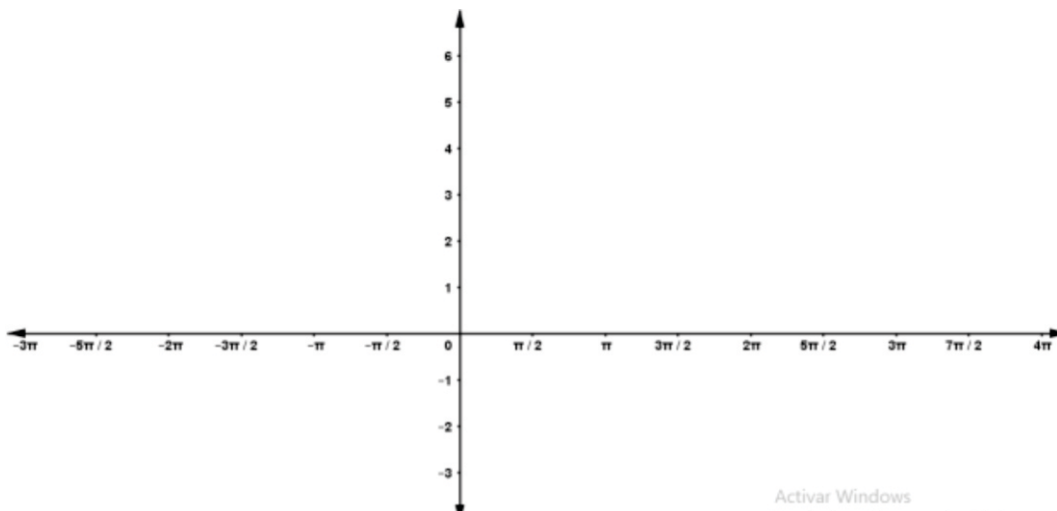
Se trabajó con los estudiantes de la institución educativa algunos ejercicios elementales tanto en forma normal y el uso de software Geogebra.

Grafique las siguientes funciones

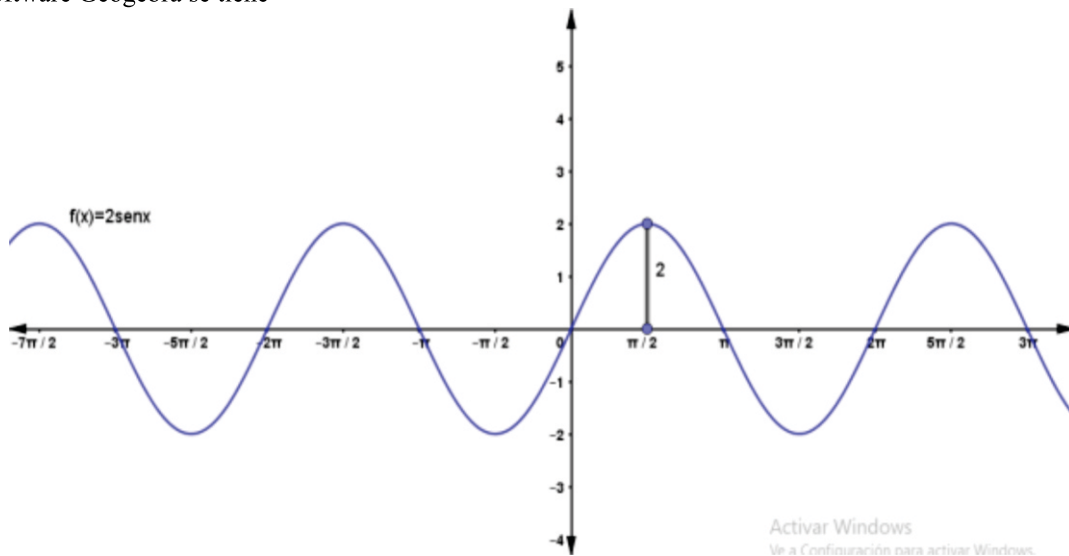
$$f(x)=2\text{sen}x \text{ y } g(x)=\text{cost}(2x)$$

Solución

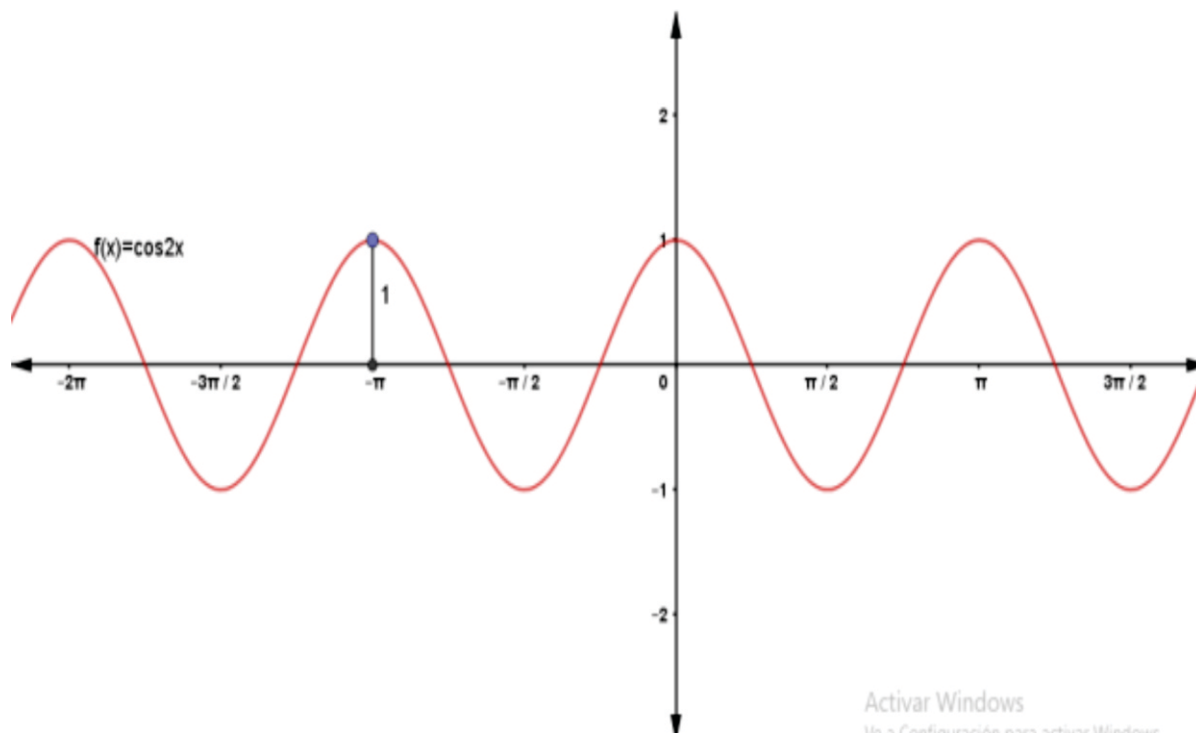
Los estudiantes graficaran con uso normal la función trigonométrica en un plano cartesiano.



Con el uso de software Geogebra se tiene



donde el dominio de la función es todo los reales y el rango de la funciones de $[-2, 2]$



En el segundo caso $g(x) = \cos 2x$

El dominio de la función g es todos los reales y la variación de la función $g(x) = \cos 2x$ es $[-1, 1]$

Se ha elaborado las preguntas para la test de la fase inicial para la Institución Educativa los Licenciados para tener referencia sobre el nivel de conocimiento de los estudiantes los cuales son los siguientes:

1. Conoce usted el plano cartesiano?
 - Si
 - No
2. ¿Usted conoce la definición de una función?
 - Si
 - No
3. ¿Una función es representada mediante una regla de correspondencia?
 - Si
 - No
4. ¿Usted graficó una de las funciones trigonométricas?
 - Si
 - No
5. ¿Es una función trigonométrica la siguiente relación $y=Asenx$?
 - Si
 - No
6. ¿Un punto en el plano cartesiano, es representado mediante un par ordenado?
 - Si
 - No
7. ¿Usted conoce o ha escuchado hablar acerca del software libre GeoGebra?
 - Si
 - No
8. ¿El docente utiliza videos para propiciar el aprendizaje de matemática?
 - Si
 - No
9. ¿Considera significativo el uso del Internet como recurso de consulta para el curso de matemática?
 - Si
 - No
10. ¿Cree usted que con la ayuda de un software elevará su rendimiento académico en Matemática?
 - Si
 - No
11. ¿aparte de Geogebra conoce usted algún software matemático de modo que le ayuda resolver sus problemas matemáticos?
 - Si
 - No
12. ¿El docente utiliza programas o paquetes Matemáticos para la enseñanza del curso de Matemática?
 - Si
 - No

Resultados de encuesta

Se tomó una encuesta a 33 estudiantes de la institución Educativa los Licenciados con el resultado siguiente:

1. Conoce usted el plano cartesiano?

Si	31 estudiantes	94%
No	02 estudiantes	6%

2. ¿Usted conoce la definición de una función?

Si	23 estudiantes	70%
No	10 estudiantes	30%

3.- ¿Una función es representada mediante una regla de correspondencia?

Si	19 estudiantes	56%
No	14 estudiantes	44%

4. ¿Usted graficó una de las funciones trigonométricas?

Si	23 estudiantes	70%
No	10 estudiantes	30%

5. ¿Es una función trigonométrica la siguiente relación $y = A \sin x$?

Si	19 estudiantes	54%
No	14 estudiantes	44%

6. ¿Un punto en el plano cartesiano, es representado mediante un par ordenado?

Si	22 estudiantes	67%
No	11 estudiantes	33%

7. ¿Usted conoce o ha escuchado hablar acerca del software libre GeoGebra?

Si	03 estudiantes	90%
No	30 estudiantes	10%

8. ¿El docente utiliza videos para propiciar el aprendizaje de matemática?

Si	01 estudiantes	9%
No	32 estudiantes	91%

9. ¿Considera significativo el uso del Internet como recurso de consulta para el curso de matemática?

Si	29 estudiantes	88%
No	03 estudiantes	12%

10. ¿Cree usted que con la ayuda de un software elevará su rendimiento académico en Matemática?

Si	23 estudiantes	70%
No	10 estudiantes	30%

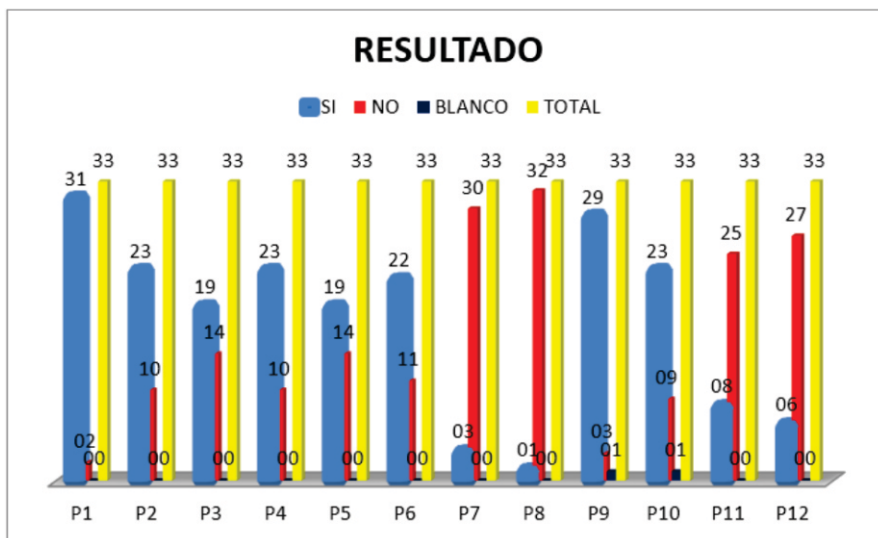
11. ¿aparte de Geogebra conoce usted algún software matemático de modo que le ayuda resolver sus problemas matemáticos?

Si	08 estudiantes	24%
No	25 estudiantes	76%

12. ¿El docente utiliza programas o paquetes Matemáticos para la enseñanza del curso de Matemática?

Si	06 estudiantes	18%
No	27 estudiantes	82%

Mediante un cuadro estadístico se tiene la información:



Después de utilizar el software Geogebra en el desarrollo de las clases de las funciones trigonométricas y su aplicación se desarrolló la siguiente encuesta sobre el nivel de conocimiento a los estudiantes en las secciones C y D de educación Secundaria de la Institución Educativa los Licenciados de la ciudad de Ayacucho de fase final se obtuvieron la siguiente información.

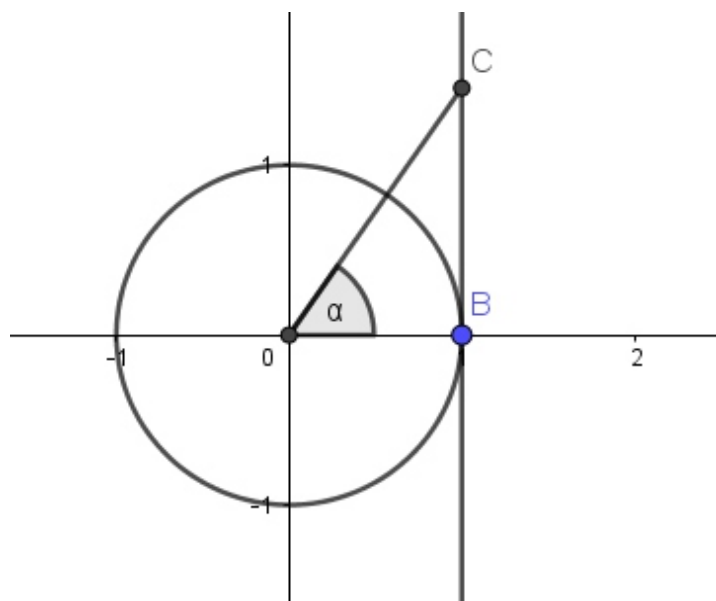
Resultados (Encuesta final)

Instrucciones: desarrolle con letra clara cada una de las preguntas

- Sea la función $f(x) = 2senx$ Halle :
 - La amplitud
 - El periodo
- Sea $f(x) = 3 cos(2x + \pi)$ Halle:
 - La amplitud
 - El periodo

- Sea la función $f(x) = 2sen(3x - \frac{\pi}{4})$ Hall:
 - La amplitud
 - El periodo
- Grafique la siguiente función $f(x) = 2sen2x$
- Indique el periodo de : $f(x) = 4sen(\pi \frac{x}{2}) cos(\pi \frac{x}{2})$
- Halle el rango de la siguiente función

$$f(x) = 3sen \frac{x}{2} + \sqrt{3} , x \in < \pi, 2\pi >$$
- ¿La secante es la reciproca de coseno?
- ¿La cosecante es la inversa de seno?
- En la figura ¿el segmento \overline{BC} es equivalente $\tan \alpha$?
-



11. Cuáles son los ceros de la función $y = \text{sen}x$ en el

$$0 \leq x \leq 2\pi$$

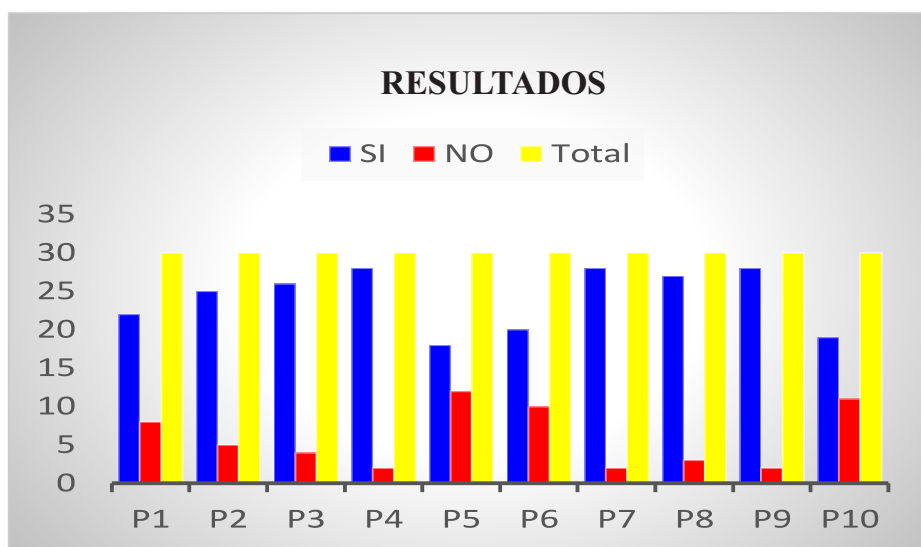
Al hacer la encuesta a dos secciones del quinto grado C Y

D de Educación secundaria de la I Los licenciados de ciudad de Ayacucho se obtuvieron la siguiente información.

PREGUNTAS		RPTA	
Sea la función $f(x) = 2\text{sen}x$ Halle : La amplitud y el periodo	1	SI	22
		NO	08
Sea $f(x) = 3\cos(2x + \pi)$ Halle: La amplitud y el periodo	2	SI	25
		NO	5
Sea la función $f(x) = 2\text{sen}(3x - \frac{\pi}{4})$ Hall: La amplitud y el periodo	3	SI	26
		NO	4
Grafique la siguiente función $f(x) = 2\text{sen}2x$	4	SI	28
		NO	02
Indique el periodo de $f(x) = 4\text{sen}(\pi \frac{x}{2})\cos(\pi \frac{x}{2})$	5	SI	18
		NO	12
Halle el rango de la siguiente función $f(x) = 3\text{sen} \frac{x}{2} + \sqrt{3}$, $x \in \langle \pi, 2\pi \rangle$	6	SI	20
		NO	10
¿La secante es la reciproca de coseno?	7	SI	28
		NO	02
¿La cosecante es la inversa de seno?	8	SI	27
		NO	03
En la figura ¿el segmento \overline{BC} es equivalente tan α ?	9	SI	28
		NO	02
Cuáles son los ceros de la función $y = \text{sen}x$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$	10	SI	19
		NO	11

Si: significa que los estudiantes han desarrollado las preguntas

No: significa que no desarrollo las preguntas



DISCUSIONES

Análisis del resultado de la evaluación.

Durante el tercer bimestre académico el 2018 se aplicó la propuesta didáctica en las secciones de quinto C y D de la institución Educativa “Los licenciados” con el propósito de evaluar y validar la aplicación con el software de Geogebra referente al estudio de la función trigonométrica. La clase fue desarrollada en sus respectivas aulas y en diferentes días donde participaron un total de 30 estudiantes, los cuales una vez terminado la clase, se le aplicó un cuestionario de preguntas como forma de validación de la propuesta y de conocer aspectos sobre aceptación mejoras del aprendizaje.

Según el resultado comparativo inicial y final se ve una mejora en el rendimiento del test final respondieron en más de 70 % en forma analítica de acuerdo de las preguntas realizadas de la forma siguiente:

- Graficó con facilidad la función seno y coseno en un plano cartesiano.
- Halló con facilidad el periodo y la amplitud de función seno y coseno.
- Contesto las preguntas correctamente la inversa de cosecante y secante.
- Resolvió problemas correctamente con los procesos necesarios para hallar los ceros de función seno en un intervalo dado.

Finalmente, en términos generales el uso de “software Geogebra “en el estudio de función trigonométrica, se constituyó en una gran herramienta metodológica de carácter innovador e interactivo, lo cual facilitó al educando en su estudio mediante una forma más entretenida, motivadora e interactiva.

Al principio de nuestro trabajo de investigación nos planteamos como propósito general determinar el mejoramiento en el aprendizaje de los estudiantes referente al tema de función trigonométrica utilizando el Software Geogebra por lo que evaluado nuestros resultados obtenidos al final del trabajo podemos decir que cumplimos nuestro propósito, porque se hubo una mejora significativa en el rendimiento final del aprendizaje de los alumnos por lo siguiente:

La enseñanza de la función trigonométrica utilizando con Geogebra y la unidad didáctica aplicada aumento significativamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

Se observa la tendencia y mejoras en relación con los resultados de test final.

Conclusiones

Al desarrollar el tema función trigonométrica mediante el uso del software Geogebra se ha sacado las siguientes conclusiones:

- La educación grandes cambios, con el pasar de los años, la enseñanza ha sido siempre expositiva por parte de los docentes, utilizando las mismas metodologías educativas

que la enseñanza tradicional, los resultados, reflejan un bajo rendimiento que los estudiantes han registrado dentro del área de matemática es por eso que es necesario que se creen nuevas estrategias didácticas con recursos tecnológicos para que mejoren su rendimiento académico y tomen la enseñanza de los docentes de manera significativa y razonen por ellos mismos.

- El software Geogebra es una herramienta de gran utilidad para la orientación de todas las funciones con la potencial para generar aprendizajes significativos en los estudiantes; además por ser un software de uso libre puede ser instalado fácilmente en las aulas de las instituciones educativas y ser una herramienta de trabajo permanente de los docentes en el área de matemática.
- Este tipo de actividades permiten al educando visualizar y comprobar propiedades de conceptos asociados con la función trigonométrica a partir de la experimentación y explicación del tema.

El rendimiento académico de los estudiantes se mejoró significativamente al utilizar el software Geogebra en la enseñanza de función trigonométrica con el software permiten comprender mejor sus características y visualizar los elementos más representativos de la función trigonométrica.

AGRADECIMIENTO

A Juan I. Flores García y Adrián Allauca Paúcar, por su colaboración.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alfonso Rojas Poema “Matemática 5ta edición” Kanners Lima-Perú. (2005).
- Ballester, S. “Metodología de la enseñanza de la Matemática”. (Tomo I) Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. (1992).
- Espinoza Ramos Eduardo “Trigonometría“ Editorial EDUKPERU. E.I.R.L (2009).
- Geogebra. *Página Oficial del Software Geogebra* <http://www.geogebra.org>
- Moisés Lázaro C. “Matemática básica A”. MOSHERA. Lima-Perú. (1993).
- Moisés Lázaro C. “Análisis matemático I”. MOSHERA. Lima-Perú. (2017).
- Haaser La Salle Sullivan. “Análisis Matemático I Curso Introductorio” 2da Edición. Edi. Trillas México (1992).
- Área, M. “Los ordenadores en la Educación Secundaria: del MS-Dos a Internet”. Revista Aula de innovación educativa. N° 135. Pp. 30-35. [en línea], [citado el 1 de mayo del 2012], Disponible en Internet: <http://webpages.ull.es/users/manarea/Documentos/AULA%20InnovEd TIC%20EdSec.pdf>

Internacional Geogebra Institute, Notas Lanzamiento de GeoGebra 4.0, [en línea], [citado el 5 de marzo del 2012], Disponible en Internet:

http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Release_Notes_GeoGebra_4.0

Colaboradores de Wikipedia. GeoGebra [en línea]. Wikipedia, La enciclopedia libre, 2012.[en línea], [citado el 5 de marzo del 2012], Disponible en Internet:

<http://es.wikipedia.org/wiki/Geogebra>

Profe De Mate. Por qué Geogebra y no Cabri. Centro de recopilación de materiales para docentes y estudiantes de