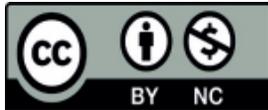


Revista Educación Vol. 22, Núm. 24(2024), 41-62

Formación de conceptos matemáticos para el análisis e interpretación del contenido Función Seno

Formation of mathematical concepts for the analysis and interpretation of the content function sin



Huberth Agustín Méndez López²
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.
huberthmendez177@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-0013-1476>

Héctor Jovani Gaitán Rizo³
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.
hrizo139@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8443-4847>

Kiesler Josué Orozco López⁴
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.
kieslerlopez4@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2169-3240>

Cliffor Jerry Herrera Castrillo⁵
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.
cliffor.herrera@unan.edu.ni
<https://orcid.org/0000-0002-7663-2499>

Recibido 23 de diciembre de 2023

Aprobado 13 de mayo de 2024

Resumen

Este trabajo se enfoca en el diseño de estrategias de aprendizaje para abordar la formación de conceptos matemáticos relacionados con el análisis e interpretación del contenido gráfica y propiedades de la función $y = \text{sen } \theta$, utilizando el software GeoGebra con estudiantes de décimo grado del Centro Escolar Pedro Orozco. Los objetivos principales fue identificar los problemas que presentan los estudiantes y dificultan el aprendizaje claro de estos conceptos, y luego analizar dichos aspectos matemáticos utilizando GeoGebra y estrategias metodológicas apropiadas. Este es un estudio de carácter cualitativo, paradigma interpretativo. Se contó con una población de 79 estudiantes y 5 docentes. Se seleccionó una muestra de 12 alumnos de décimo grado y un maestro de matemáticas, en

² Profesor de Educación Media con Mención en Física-Matemática

³ Profesor de Educación Media con Mención en Física-Matemática

⁴ Profesor de Educación Media con Mención en Física-Matemática

⁵ Doctor en Matemática Aplicada

los que se aplicaron como instrumentos de recolección de datos guías como análisis documental, observación y entrevistas, respectivamente. El análisis de los resultados obtenidos evidencia la importancia de la formación de conceptos y el diseño de estrategias metodológicas para lograr un aprendizaje significativo y duradero. Además, que la formación de conceptos es vista como un reto para la comunidad educativa.

Palabras clave: aprendizaje, estrategias metodológicas, función seno.

Abstract

This work focuses on the design of learning strategies to address the formation of mathematical concepts related to the analysis and interpretation of the graphical content and properties of the function $y = \text{sen } \theta$, using GeoGebra software with tenth grade students at the Pedro Orozco School Center. The main objectives are to identify the problems that students present and hinder the clear learning of these concepts, and then to analyze these mathematical aspects using GeoGebra and appropriate methodological strategies. This is a qualitative study, interpretative paradigm. There was a population of 79 students and 5 teachers. A sample of 12 tenth grade students and a mathematics teacher were selected, in which guides such as documentary analysis, observation and interviews, respectively, were applied as data collection instruments. The analysis of the results obtained shows the importance of concept formation and the design of methodological strategies to achieve significant and lasting learning. Furthermore, concept formation is seen as a challenge for the educational community.

Key words: learning, methodological strategies, sine function

Introducción

Actualmente el proceso educativo sigue un ritmo extremadamente complejo, si existiera la forma o un estudio que permitiera suponer cómo funciona el aprendizaje, entonces el aspecto educativo estaría resuelto de una vez por todas, y la civilización avanzaría a un ritmo sin precedentes. Cada persona posee un tipo de inteligencia distinta, y también un ritmo de aprendizaje desigual, y cada estudiante según su época posee una motivación completamente diferente.

El proceso de formación de conceptos ha surgido como una necesidad universal, para la comunicación de todas las personas. Se usa desde la niñez para integrar lo que se percibe mediante los sentidos, a medida que se profundizan los conocimientos, las definiciones se vuelven más específicas.

Así mismo, su utilidad en matemática es indispensable. Por tanto, es necesario mejorar e innovar la enseñanza de esta área. Para lograr relacionar lo que se aprende en clase con la vida cotidiana, y tener mayor consciencia de lo que la matemática enseña. Por consiguiente, el tema de esta investigación es: formación de conceptos matemáticos para el análisis e interpretación del contenido “gráfica y propiedades de la función $y = \text{sen } \theta$ ” utilizando Geogebra con estudiantes de décimo grado del Centro Escolar Pedro Orozco.

De acuerdo con lo observado durante la elaboración del estudio, uno de los principales problemas en el área de matemática es la formación de conceptos, lo cual suele confundir a los estudiantes de secundaria y llevarlos a percibir la asignatura como algo ajeno a la vida real. Sin embargo, si se implementan estrategias y recursos diversos en el aula de clase, este problema puede ser abordado y solucionado, contribuyendo a una enseñanza más integral.

Uno de los objetivos del presente trabajo es: elaborar estrategias de aprendizaje que faciliten el análisis e interpretación del contenido “Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$ ”; donde se priorizaba que los estudiantes logren interactuar con los conceptos que deben aprender, para llegar a relacionar sus conocimientos previos, sobre la vida cotidiana, mediante la observación de imágenes del entorno; y aplicándoles el término aprendido a esta función trigonométrica y logren un aprendizaje para toda la vida.

Según la observación del grupo investigador, el estudiante de décimo grado presenta dificultades en el área de matemáticas, alegando que el año que cursa es más difícil que los anteriores. A pesar de que algunos aspectos de las funciones trigonométricas se estudien en noveno grado e incluso en la asignatura de física, estos temas se abordan en décimo como una unidad completamente nueva. Esto implica que, además de ser difíciles de discernir, los apartados de teoría general ocupan gran parte del limitado tiempo que se dedica a tan importantes temas.

A veces no se llega a comprender siquiera el origen de las funciones trigonométricas, el contenido aparentemente no tiene relación con la vida real y las funciones se estudian como números memorizables de una tabla de valores y su representación en el plano cartesiano.

Si estos problemas en la adquisición de conceptos continúan a este ritmo, traería como consecuencia, que no se logre un aprendizaje significativo en el estudiante. A mayores escalas, se perdería el interés, por concebirse las matemáticas como una asignatura que no se puede comprender. Y el aula de clase se tornaría en un lugar de confusión, en vez de un sitio que asegure su formación integral, para ser parte integrante de la sociedad en la que vive.

Por eso se presenta este documento para aclarar estos contenidos, y en especial el de la función seno, mostrándole al estudiante lo que es y lo que representa. Elaborando estrategias para que los estudiantes descubran y desarrollen su propio conocimiento a partir de la identificación de estas propiedades y el esclarecimiento de los distintos conceptos, que son todas aquellas unidades lingüísticas, que permiten integrar diversas abstracciones para su fácil manejo, a su vez, estos se relacionan con otros, para formar nociones más complejas, y así con estos pequeños ladrillos se forma la gran pirámide del conocimiento.

Por estas razones, es importante cultivar en el estudiante ideas claras de los contenidos a los que se enfrenta, para que al ir escalando a temas más complicados, no se caigan las bases que lo sostienen.

Por lo mencionado anteriormente, es que se pretende explicar el contenido de la función seno, utilizando la aplicación de GeoGebra, este software tiene diversas utilidades y desde su creación en el

2001, se ha expandido a muchas escuelas alrededor del mundo, como indican Torres Ampuero y Quispe Aparicio (2020) el uso de GeoGebra como estrategia de aprendizaje en la enseñanza de la geometría permite a los estudiantes ir más allá de las definiciones teóricas y explorar de manera práctica, entretenida y visual los conceptos geométricos.

Estas maneras entretenidas permiten darles otro sentido a las matemáticas, mostrándola como una clase que permite desarrollar el razonamiento y modelar funciones que representen las distintas relaciones que existen en la vida real (Herrera-Castrillo, 2023).

Por ejemplo, la presente investigación pretende definir la palabra: “dominio de una función”, luego de mostrar una serie de funciones en GeoGebra tales como: lineal, cuadrática, cubica, entre otras. Y después relacionar cual es la extensión de las funciones en el eje x y que los estudiantes mismos infieran y reconozcan la idea de “dominio” y sea parte integrante de sus conocimientos. Así sucesivamente cada una de las ideas necesarias para describir de manera profunda este tópico y que contribuya a entender las funciones trigonométricas y las relaciones en general.

El proceso cognitivo de la formación de conceptos es un asunto que los docentes de matemática han dejado de lado, de manera evidente. Sin embargo, el proceso de memorización no garantiza la retención de futuros conocimientos. Además, como consecuencia de este desinterés, se genera una deficiencia a largo plazo en los estudiantes. Es por lo que surge la factibilidad del presente trabajo, para construir soluciones a esta problemática.

Revisión de la literatura

En este apartado se explica la parte científica de la investigación acerca del tema en estudio, el cual es muy importante para darle el sentido de esta.

Formación de Conceptos

Para Rand (2011), un concepto es: “es la integración mental de dos o más unidades que han sido aisladas de acuerdo con una o más características específicas, y se han integrado mediante una definición específica” (p.17). Siguiendo esta definición se puede llegar a entender cómo funciona este fenómeno epistemológico, el primer paso es comprender que es una “integración mental”, es decir la cualidad cerebral, que permite incluir las características propias de un determinado ente, en una sola unidad, también se encarga de diferenciarlo de todas las demás entidades, esta unión de características forma una nueva idea que funciona por sí misma y viene a ser un pensamiento concreto.

La conceptualización matemática implica la capacidad de comprender y aplicar los conceptos fundamentales, en este caso de funciones trigonométricas. Los estudiantes deben comprender conceptos como dominio, rango, variable, exponente y coeficiente, así como las relaciones entre ellos.

La matemática es una ciencia exacta, es decir, está sujeta por sus propias leyes y que, mediante axiomas verificables y lógicos, se establecen los cimientos de esta que dan paso a niveles más complicados. Estas bases axiomáticas deben ser recordadas, y por eso los matemáticos se han preocupado por abordar de la manera más simple y abreviada las distintas ideas, a tal punto de convertirlas en ecuaciones, que sean universales y que se puedan generalizar según sea el caso.

Importancia de la Formación de Conceptos

Los conceptos matemáticos forman parte integrante del quehacer educativo, debido a que, comprender con exactitud un contenido depende de la precisión de los conceptos matemáticos que se estudien (Herrera-Castrillo y Córdoba-López, 2024). También es importante conocer las definiciones pertinentes, y desarrollarlas según sea la capacidad del estudiante. Por ejemplo, para definir la palabra punto, en geometría elemental, de cuarto grado de primaria, se le dice que es un lugar en el espacio, y que no importan sus dimensiones, en séptimo grado, se le indica, que es una representación en el espacio que no posee dimensiones, determinadas, a saber: longitud, anchura o grosor. Si bien es cierto que se debe buscar la forma de reconocer la capacidad del estudiante, ambas definiciones son correctas, pero no se debe dejar que un concepto se vuelva ambiguo, pues estos cimientos ambiguos lo confundirán a tal punto de que la geometría se volverá muy aburrida y confusa, al respecto Swokowski y Cole (1993) aseguran: “Nuestro deseo es capacitar al estudiante a comprender con más facilidad los conceptos presentados, pero sin sacrificar la solidez y coherencia matemáticas que han sido tan importantes para el éxito educativo de esta obra” (p. 12).

La matemática es el lenguaje con el que se ha escrito el universo y sus leyes. Por lo que es tan precisa, no hay excepciones a la regla ni cosa semejante. Les da solución a los problemas más complicados usando fórmulas muy generales y eso trasciende su importancia. Este dialecto debe ser aprendido por todos y se deben manejar las definiciones de la forma más acertada, de esto depende que el aprendizaje sea satisfactorio. Que será de un estudiante que no haya aprendido el concepto de función, si es algo que necesitará semestres enteros los años siguientes. Cómo podría aprender álgebra, alguien que no conoce la definición de exponente, o coeficiente.

Por estas razones, se considera importante aprender los conceptos matemáticos, que son los eslabones que dejaron desarrollar a los estudiantes plenamente en esta asignatura y en la de física. Integrar el conocimiento matemático como parte de su aprendizaje a sus cerebros, depende de la claridad y las estrategias que ayuden a inducirlo. Siendo esta la misión de los presentes investigadores, la de proveer ayuda a este campo epistemológico aparentemente olvidado, sin embargo, es de los más importantes y genera resultados satisfactorios.

Aprendizaje Significativo

El aprendizaje incluye cambios en el carácter o las habilidades de una persona que son relativamente permanentes y no se atribuyen únicamente a los procesos de desarrollo. Para Feldman (2010) “el aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento generado por la experiencia” (p. 169).

El aprendizaje se comporta como una función logarítmica que inicia lento, sube muy alto, y luego mantiene a un ritmo constante, desde que un niño comienza a hablar y a adquirir conceptos desde el nivel concreto, de clasificación, y formal, este posee todas las cualidades para convertirse en un gran científico. En sus primeros años adquiere muchos conceptos a una velocidad sin precedentes,

sin embargo, la influencia familiar, puede motivar o desmotivar el conocimiento creciente, dependiendo del interés de los padres por enseñarle cosas claras, o de insinuar conceptos difusos.

Sanfeliciano (2019) plantea:

El aprendizaje significativo es un aprendizaje relacional. Está relacionado con los conocimientos previos y experiencias vividas. Supone una modificación o una manera de complementar nuestros esquemas o representaciones de la realidad, logrando de esta manera un aprendizaje profundo. No son simplemente datos memorizados, sino un marco conceptual acerca de cómo vemos e interpretamos la realidad que nos rodea. (p. 14)

Para Rand (2011): “El proceso de la formación de los conceptos es, en gran parte, un proceso matemático” (p.13). Debido a que la medición de características ayuda a formar conceptos y a formar leyes matemáticas. Tanto la formación de estas nociones, como las matemáticas, tienen como finalidad, de dotar al hombre de la capacidad para conocer la realidad.

Estrategia metodológica

El concepto de método, según la Real Academia Europea (RAE, 2014), “es el modo de decir o hacer con orden, también señala que es el procedimiento que se sigue en las ciencias para hallar la verdad y enseñarla”. Mientras que, Rodríguez Jiménez y Pérez Jacinto (2017) lo definen como: “un modo de alcanzar un objetivo es el cómo se organiza una actividad. Como medio de cognición, es la vía empleada para reflejar en el pensamiento el objeto de estudio” (p. 2).

Latorre y Seco (2013) “las estrategias metodológicas, son siempre consistentes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje” (p. 19). Lo que significa que una estrategia es una forma de desarrollar un tema educativo, puesto que están estrechamente relacionadas con el aprendizaje, también es un método para mejorar la calidad de la educación, porque proporcionan a los estudiantes una manera diferente de comprender y analizar distintos fenómenos que se pueden interpretar mediante la observación.

Importancia de la Tecnología Para la Educación

La tecnología y en particular el internet debe ser utilizados como medios para facilitar el acceso y la apropiación del conocimiento, en lugar de limitarse únicamente al entretenimiento. Como señalan González y Granera (2021), “la tarea del internet, es ser un suministro infinito de datos, que contribuyan al conocimiento humano” (p. 58).

En cuanto al uso de la tecnología en la educación matemática, el autor considera que esta ofrece “una amplia variedad de recursos y aplicaciones a los docentes” (González y Granera, 2021, p. 58), que pueden emplearse para realizar cálculos complejos, resolver problemas, visualizar gráficos e interpretar datos. Esto permite una ayuda conveniente para el mejoramiento en el proceso enseñanza-aprendizaje y particularmente de la Matemática (Muñoz Vallecillo et al., 2023; González y Granera, 2021).

Dado el carácter abstracto y jerárquico de las matemáticas, el autor afirma que “necesita de medios para que el aprendizaje sea de más fácil adquisición, logrando que los conceptos se relacionen

con el nivel concreto, de una manera más visible" (González y Granera, 2021, p. 59). En este sentido, la tecnología puede "buscar la ruta más corta a un aprendizaje satisfactorio" (González y Granera, 2021, p. 59).

GeoGebra

Para Bravo Rodríguez, (2022) el impacto en el aprendizaje de los estudiantes mediante el uso de GeoGebra es notable y beneficioso en varios aspectos. GeoGebra, como una herramienta interactiva y visualmente atractiva, proporciona a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más dinámica y participativa, lo cual tiene un efecto positivo en su comprensión y retención de los conceptos.

Funciones Trigonómicas

Para Aráuz Chévez et al., (2019):

En general, dado un ángulo cualquiera θ y su lado terminal OP , con $OP = r$, el punto P con coordenadas (x, y) o simplemente $P(x, y)$ será el punto de intersección de la circunferencia de radio r y el lado terminal de θ . En este caso, los valores de seno, coseno y tangente del ángulo θ , se definen como: $\text{sen } \theta = \frac{c.o}{hip}$, $\text{cos } \theta = \frac{c.a}{hip}$, $\text{tan } \theta = \frac{c.o}{c.a}$. Nótese que estos valores están definidos por las coordenadas del punto P y el radio r (hipotenusa). Además, no importando el valor que tome r , estos valores se determinan en función de θ , es por lo que se denominan funciones trigonométricas del ángulo θ . (p. 97)

Función Seno

La función seno, está definida como la relación que existe entre el cateto opuesto a uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo y su hipotenusa. Se expresa de la siguiente manera:

$$\text{sen } \theta = \frac{op}{hip} \quad (1)$$

Propiedades

La función seno cumple con diversas propiedades que resultan importantes, para el esclarecimiento de este contenido. Debido a que no basta con saber su origen o su gráfica, sino que se debe estudiar sus principales características, para reconocer y diferenciar esta relación trigonométrica.

Dominio. Swokowski y Cole (1996), expresan que: "Para muchos casos, simplemente recordemos que el dominio es el conjunto de valores x " (p. 165). Es decir, que tantos valores del eje horizontal de las x , puede alcanzar cierta función.

En el caso de la función seno, esta gráfica no posee asíntotas de ninguna clase, por lo que se extiende indefinidamente, por tanto, el dominio de esta función, todos los números reales (\mathbb{R}).

Contra dominio. Swokowski y Cole (1996), expresan: “el rango de f (los valores correspondientes de y)” (p. 168). Es decir que el rango, o contra dominio, es lo opuesto a la propiedad anterior. Siendo el “alcance” vertical, los valores a tomar en cuenta.

Materiales y métodos

Esta investigación se enmarca primeramente en el paradigma Interpretativo, pues como lo señala Zavala y Salinas (2017), se pretende "comprender e interpretar la realidad, los significados y las intenciones de las personas" (p.295). En este estudio, fue la comprensión de lo que ocurre en el aula o en la práctica educativa, en la formación de conceptos matemáticos.

Este estudio tiene un enfoque cualitativo se aplica a estudios a nivel micro, por lo que normalmente intenta profundizar más en la situación objeto de estudio (Muchotrigo, 2009). En este sentido deberá existir un equilibrio entre la precisión, alcance y el enfoque para explicar el universo que estudia. Es decir, el enfoque cualitativo permite analizar a profundidad los fenómenos y situaciones específicas que se estudian, manteniendo un balance adecuado entre la precisión, el alcance y el enfoque utilizado para comprender el contexto investigado.

De acuerdo con el objetivo y profundidad del estudio, esta investigación tiene un alcance descriptivo. Este tipo de estudio consiste en llegar a conocer las situaciones, costumbres y actitudes predominantes a través de la descripción exacta de las actividades, objetos, procesos y personas (Bruto, 2010). La meta de este trabajo no se limita únicamente a la recolección y agregación de datos, sino que también busca entender las relaciones y patrones que existen entre diferentes variables. Más allá de simplemente describir los datos, el objetivo es caracterizar y explicar un fenómeno o situación particular, identificando sus rasgos distintivos y aquello que lo hace único o diferente de otras situaciones.

Escenario de la Investigación fue el Centro Escolar Pedro Orozco, está ubicado en la comunidad de Montaña Grande, del municipio de Terrabona, del departamento de Matagalpa en Nicaragua. Allí se imparte primaria y secundaria regular, en los turnos matutino y vespertino respectivamente.

Este centro educativo está conformado por seis aulas, una dirección, y un aula TIC. El área de secundaria posee cinco docentes, un director, una subdirectora, una conserje, un CPF y un docente TIC. Tanto el personal del centro como los estudiantes contribuyen al ejercicio continuo de los valores de convivencia, aportando a que exista un ambiente pedagógico adecuado

Toda la infraestructura del centro educativo se encuentra en buen estado, permitiendo que exista un clima pedagógico agradable, permitiendo que tanto los docentes como los estudiantes puedan gozar de una educación de calidad.

Población estuvo conformada por estudiantes y docentes del Centro Escolar Pedro Orozco. Esta escuela posee setenta y nueve estudiantes y cinco docentes en el área de secundaria. Al respecto,

“la población es un conjunto de elementos (que consiste en personas, objetos...), que contienen una o más características observables de naturaleza cualitativa o cuantitativa que se pueden medir en ellos” (Herrera Castrillo, 2019, p. 5).

La muestra fue constituida por doce estudiantes (cinco varones y siete mujeres) que representan el total de estudiantes de décimo grado y una profesora de matemáticas que representan el total de docentes de esta asignatura. Según Herrera Castrillo (2019), “se denomina muestra a una parte de la población seleccionada de acuerdo con un plan o regla, con el fin de obtener información acerca de la población de la cual proviene.” (p. 6).

El muestreo es no probabilístico que para Cabezas et al. (2018), este tipo de muestreo “simplemente se realiza atendiendo a razones de comodidad, es decir se desconoce la probabilidad que tienen los elementos de la población para integrar la muestra” (p. 100).

Se ha seleccionado a la muestra con respecto a las siguientes características:

Para docentes:

- Que sean docentes de matemática
- Que hayan impartido el tema en años anteriores
- Que esté de acuerdo en colaborar con la investigación

Para estudiantes:

- Que sean estudiantes del Centro Escolar Pedro Orozco
- Que sean de décimo grado
- Que tengan diferentes promedios en la asignatura de matemática
- Características de los participantes

En referencia a la profesora de secundaria, ella ha trabajado durante muchos años en el Centro Escolar Pedro Orozco, impartiendo la asignatura de matemáticas en diferentes modalidades en el municipio de Terrabona. Donde posee excelente reputación y reconocimiento por su labor.

En cuanto a los estudiantes, en su mayoría son menores de edad, de distintas comunidades que viajan diariamente al centro de estudio. Estos discentes se sienten motivados por la calidad educativa con que cuenta este centro de estudio.

Las técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de información fueron: análisis documental, observación y entrevista. Estas técnicas fueron fundamentales para recopilar los datos propios de cada dimensión, pues engloban los medios técnicos que se utilizan para registrar las observaciones y facilitaron el tratamiento (Gil Pascual, 2016).

El análisis documental, como lo señala Clauso García (1993), ha sido abordado por diversos autores y ha evolucionado junto con la documentación. Existen dos corrientes principales en cuanto a la concepción del análisis documental. Una de ellas considera que el análisis documental comprende múltiples fases, siendo la descripción bibliográfica solo una de estas etapas. Bajo esta perspectiva, el análisis documental abarcaría tareas más amplias que la mera descripción formal del documento. Por

otro lado, la segunda tendencia estima que el análisis documental debe entenderse exclusivamente como la descripción del contenido informativo del documento, sin incluir aspectos relacionados con la descripción formal o bibliográfica. Desde este punto de vista, el análisis documental se centra únicamente en la caracterización del contenido, dejando de lado los elementos formales del documento.

Por su parte, Behar (2008) indica que la observación consiste en el registro sistemático, válido y confiable del comportamiento o conducta manifiesta, y que puede utilizarse como instrumento de medición en muy diversas circunstancias. Finalmente, Tamayo y Silva (2012) definen la entrevista como una situación de interrelación o diálogo entre personas, el entrevistador y el entrevistado.

Resultados

El proceso investigativo consistió en el diagnóstico y diseño de una propuesta metodológica basada en la formación de conceptos matemáticos para el análisis e interpretación del contenido de “gráfica y propiedades de la función $y = \text{sen } \theta$ ” utilizando GeoGebra con estudiantes de décimo grado del Centro Escolar Pedro Orozco del municipio de Terrabona, departamento de Matagalpa.

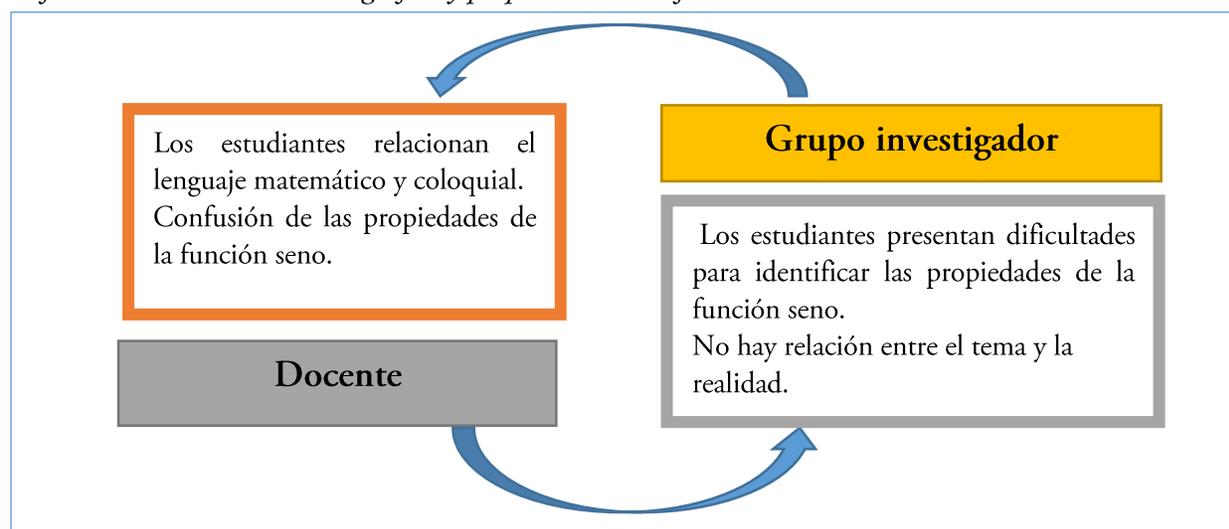
Los resultados obtenidos mediante la aplicación de ciertos instrumentos se organizaron de acuerdo con el orden lógico de los objetivos propuestos.

Dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de los conceptos matemáticos

Para darle respuesta a este objetivo se aplicó una entrevista al docente de matemática del centro educativo estudiado. Una vez aplicado este instrumento se obtuvieron los siguientes resultados.

Figura 1

Dificultades en el contenido: “gráfica y propiedades de la función seno”



La docente de matemática del Centro Escolar Pedro Orozco expresa que los estudiantes presentan dificultades para comprender aspectos clave del contenido relacionado con "la gráfica y propiedades de la función seno". Esto se debe a que los estudiantes no dominan los conceptos básicos

pertinentes y tienden a relacionar los términos matemáticos con el lenguaje coloquial, lo que les impide comprender con exactitud el contenido. Estos hallazgos evidencian la necesidad de fortalecer los conocimientos previos de los estudiantes y brindarles oportunidades para desarrollar una mejor comprensión de los conceptos matemáticos involucrados en el estudio de la función seno.

Por otra parte, la docente reconoce que la buena aplicación de estrategias metodológicas puede ayudar a promover un aprendizaje significativo de los estudiantes. Esta afirmación destaca la relevancia de que los docentes diseñen e implementen estrategias didácticas apropiadas para abordar contenidos complejos como la función seno, de manera que los estudiantes puedan relacionar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, la docente menciona que, en contenidos más abstractos, como la función seno, es difícil relacionar los conceptos con la vida cotidiana, lo que sugiere que se requiere un enfoque más integral que considere tanto el fortalecimiento de los conocimientos previos como el diseño e implementación de estrategias metodológicas que faciliten la vinculación de los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real.

En síntesis, los resultados obtenidos resaltan la necesidad de abordar las dificultades de los estudiantes en la comprensión de la función seno desde una perspectiva que considere tanto el fortalecimiento de los conocimientos previos como el diseño e implementación de estrategias metodológicas que permitan vincular los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real, con el fin de lograr un aprendizaje significativo y una mejor comprensión de este contenido por parte de los estudiantes.

Sin embargo, menciona que, en contenidos abstractos, es difícil relacionar los conceptos con la vida cotidiana. Aludiendo a que existe dificultad para aplicar el proceso de formación de conceptos cuando se dan en clase de contenidos, y las estrategias más usadas son la memorización y ejercitación.

El grupo investigador, mediante observaciones de prácticas de familiarización, logró notar, que existen muchas dificultades a la hora de relacionar los términos con la realidad y diferenciar las propiedades entre sí, además cuando se expresa la unidad formal, es difícil retenerla por la complejidad del lenguaje usado.

Además de esto, es necesario mencionar que existe poca atención, por parte de los estudiantes, para aprender a usar herramientas como GeoGebra. Por lo que se evidencia el mal uso de tecnología. También existe desinterés por aprender conceptos matemáticos, porque no se aplican comúnmente en el lenguaje cotidiano.

Proceso para la formación de conceptos matemáticos

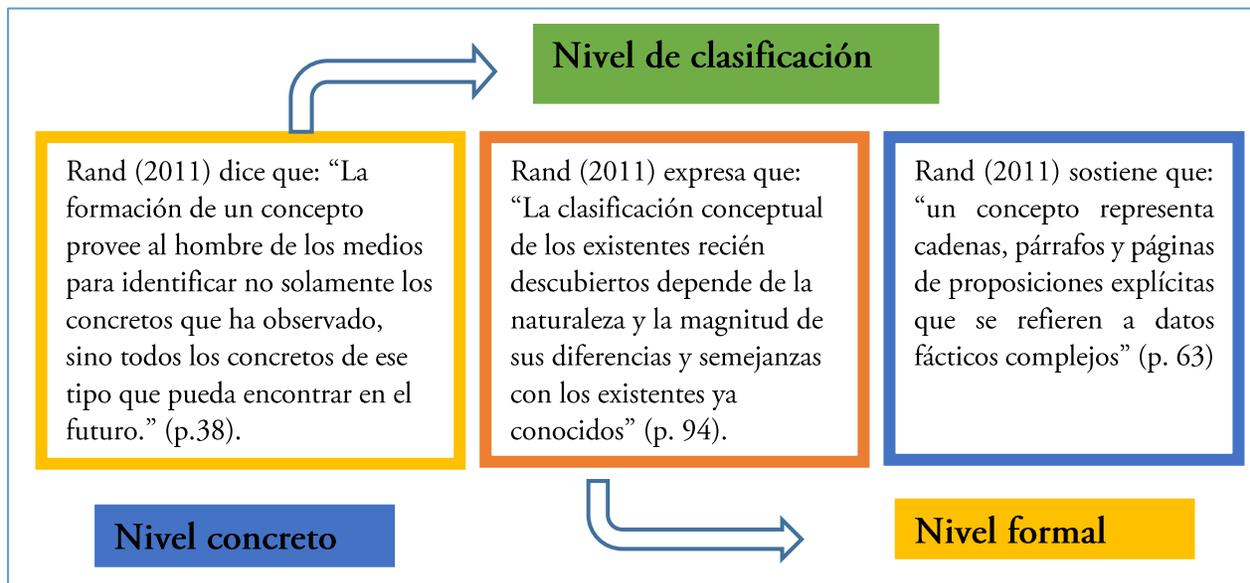
Para describir el proceso de la formación de conceptos matemáticos, se hizo un análisis de una serie de clases observadas, y se notó que, existen muchas dificultades para captar los términos propios del contenido: “Gráfica y propiedades de la función seno”.

El libro de texto muestra nada más algunas propiedades y luego una gráfica de la función seno, sin embargo, al momento de desarrollar una clase, es oportuno utilizar estrategias metodológicas que ayuden a describir el proceso de la formación de estos conceptos.

Teniendo en cuenta esta problemática, se usaron los medios provistos por la teoría epistemológica objetivista, que plantea, nada más tres pasos para generar conocimiento. Los primeros de los capítulos del marco teórico están destinados a cumplir este objetivo, de manera más abstracta, y el apartado de la propuesta metodológica, muestra la aplicación de este proceso al contenido “Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$ ”, de manera más detallada:

Figura 2

Niveles para la formación de conceptos



Elaborar estrategias de aprendizaje que faciliten el análisis e interpretación de conceptos

Mediante el análisis de la problemática, sobre la formación de conceptos, se llegó a la conclusión, que las estrategias metodológicas, solucionarían las dificultades enumeradas. La situación académica mejoraría y se obtendría un aprendizaje satisfactorio.

El libro de texto provee, las definiciones pertinentes, con la formalidad matemática necesaria, sin embargo, según la entrevista realizada, la mejor manera de captar un concepto, es necesario relacionarlo con la vida cotidiana.

Además, este docente señaló que las estrategias, se podían desarrollar en cualquier momento de la clase, para ayudar al estudiante a captar las ideas necesarias entre las que menciona, podemos señalar las siguientes:

- Ejemplificación: se mencionó la importancia, de dotar al estudiante de un contexto en el cual, pueda desarrollar sus ideas, señalando la importancia y aplicaciones de cierto contenido en la vida cotidiana.
- Memorización: esta permite afianzar los contenidos, dotando al estudiante de las reglas y propiedades de cierto contenido, pero se deben adecuar para que sean accesibles al lenguaje cotidiano.

- Resolución de ejercicio: esta estrategia ayuda al estudiante a que aplique sus conocimientos en ejercicios de contexto real y aplicado. Los procesos usados individualmente son discutidos en plenario donde se aclaran las dudas pertinentes.

Estas estrategias metodológicas, implementadas de manera adecuada, pueden contribuir a que los estudiantes logren una mejor comprensión de la función seno y sus propiedades, superando las dificultades iniciales y desarrollando un aprendizaje significativo de este contenido matemático.

La elaboración de la estrategia, el concepto interactivo, consiste en un plan de clase, donde se explican todos los conceptos, usando presentaciones de PowerPoint, que muestren imágenes que sugieran los tres niveles de la adquisición de conceptos. Cabe destacar que la creación de este instrumento utilizó ilustraciones sacadas de las aplicaciones móviles como: Pinterest y GeoGebra, para los dos primeros niveles, respectivamente. En el nivel formal se utilizan un recuadro acrílico para ubicar la función seno, y otro para señalar las propiedades.

Según la entrevista realizada, las estrategias metodológicas ayudan a que el estudiante se motive, y participe activamente en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Lo que le permite percibir, la matemática, como una clase, que está relacionada con la vida real, y que permite resolver situaciones en diversas áreas del conocimiento humano.

Mediante las impresiones tomadas de la entrevista informal posterior, se logró evidenciar que la estrategia propuesta fue del agrado de la docente. Debido a que compartía la opinión de que los conceptos son importantes para que los estudiantes se apropien de los temas estudiados.

Aunque tenía una noción del proceso de la formación de conceptos, añadió que lo había fortalecido con el paso del tiempo, diciendo que la experiencia le permitía observar los contenidos desde muchos puntos de vista. Lo que le ayudaba a relacionar los temas con la vida cotidiana y sus implicaciones para la realidad.

Esto demuestra que las estrategias metodológicas aquí propuestas contribuyen al análisis e interpretación del contenido: “Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$ ”. También, esto sirve para los docentes, que comprendan e integren las estrategias como parte de su quehacer diario, porque se puede tratar un tema de diversas formas, pero deben existir los medios para su adecuada comprensión.

Propuesta metodológica: “El concepto interactivo”

Datos generales:

Centro de estudio: Centro Escolar Pedro Orozco

Grado: 10° grado

Turno: Vespertino

Docente

Duración: 45 minutos

Competencias de grado: Resuelve situaciones en diferentes contextos, relacionadas con las funciones trigonométricas y sus gráficas.

Unidad: VI Funciones trigonométricas

Contenido: Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$

Figura 3

Objetivos de la Estrategia

Nº	Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
1	Reconocer la relación que existe entre la realidad y los distintos conceptos matemáticos propios del contenido: “Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$ ”	Ejecutar la estrategia metodológica, utilizando el proceso de formación de conceptos.	Apreciar objetivamente la importancia de la formación de conceptos matemáticos.
2	Evaluar funciones donde se diferencien las propiedades de la función $y = \sin \theta$	Aplicar las propiedades estudiadas a la función $y = \sin \theta$	Tomar una actitud participativa en el desarrollo de la estrategia.
3	Caracterizar las propiedades de la Gráfica $y = \sin \theta$,		Manifestar interés por aplicar los conceptos aprendidos a la función $y = \sin \theta$

Actividades iniciales (5 minutos)

- Revisión de porte y aspecto de los estudiantes
- Control de aseo
- Control de asistencia
- Compartir el indicador de logro con los estudiantes

Actividades de desarrollo (35 minutos)

- Exploración de la primera idea previa, para iniciar la estrategia
- ¿Qué entiende usted por la palabra función?

Luego de reunir las ideas previas acerca de la palabra, se procede a formar un solo concepto, haciendo las aclaraciones necesarias. Para luego consolidarse usando la estrategia metodológica.

- Interacción maestro- estudiante.

Debido a que la estrategia es interactiva, el maestro alude al concepto relacionándolo con el origen del término con los estudiantes. En el nivel de diferenciación se explica la relación tiene la palabra con las funciones en general, y se aprende a diferenciar esta propiedad haciendo uso de preguntas. En el nivel formal se lee la propiedad matemática del término, de manera que sea comprensible para los estudiantes y se aplica a la función seno. Si existe alguna dificultad para comprender algún aspecto de la estrategia, el profesor debe responderla en cuanto se plantee.

Figura 4
Concepto de Función

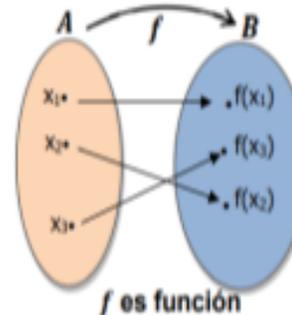
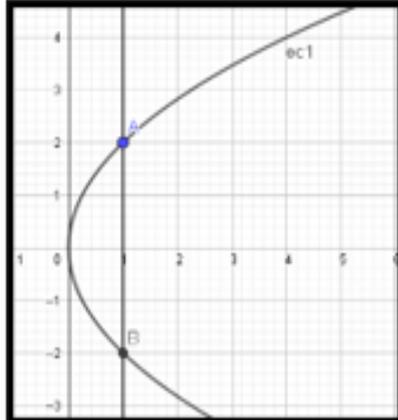
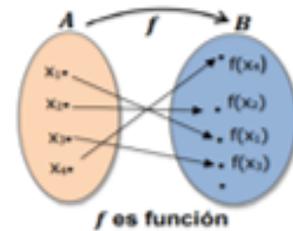
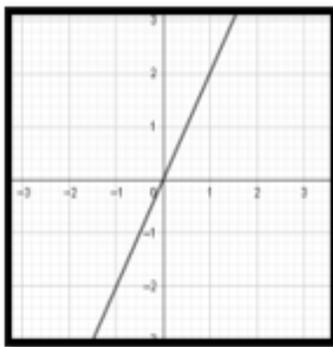
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal								
 <p>f es función</p> <p>Relación entre dos conjuntos donde a cada miembro de "a" corresponde uno de "b"</p>	<p>Si se dibuja una línea vertical en cualquier parte de la gráfica, esta solo corta a la función en un solo punto.</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función?</p>  	<p>"Una función es una regla f que asociada a todo elemento $x \in A$ un único elemento $y \in B$." Swokowski y Cole (1996)</p> <p>Formas de representar funciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Diagrama Sagital  2. Ecuación $f(x) = 2x$ 3. Tabla de valores <table border="1" data-bbox="1128 997 1339 1165"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> 4. Gráfica  <p>¿La gráfica de $y = \sin \theta$ es función? Nota: Realice la prueba vertical.</p>	x	f(x)	-1	-2	0	0	1	2
x	f(x)									
-1	-2									
0	0									
1	2									

Figura 5
Concepto de Función Seno

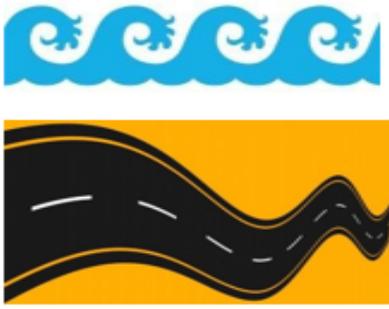
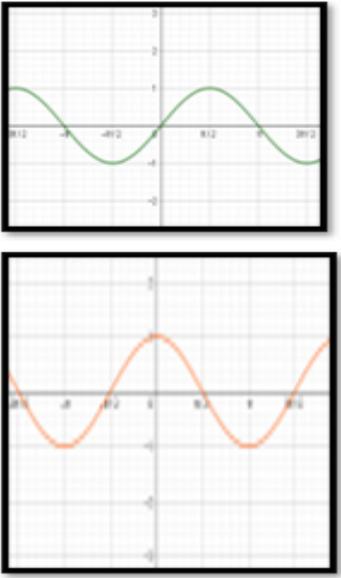
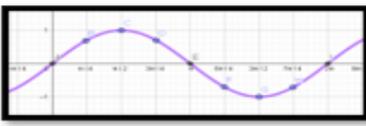
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal																				
<p>Algo sinusoidal, es una curva en forma de onda que se extiende con respecto a un eje.</p> 	<p>La función seno corta al eje y en el origen</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función seno?</p> 	<p>“En un ángulo α de un triángulo rectángulo, ABC, se llama seno de α, y se escribe $\text{sen } \alpha$, al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa”. (Enciclopedia Encarta 2009). Sin embargo, la <i>función seno</i>, está descrita por la ecuación:</p> <ol style="list-style-type: none"> Ecuación $f(x) = \sin \theta$ Tabla de valores <table border="1" data-bbox="1088 598 1307 882"> <thead> <tr> <th>θ</th> <th>$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$\pi/4$</td> <td>$\sqrt{2}/2$</td> </tr> <tr> <td>$\pi/2$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$3\pi/4$</td> <td>$\sqrt{2}/2$</td> </tr> <tr> <td>π</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$5\pi/4$</td> <td>$-\sqrt{2}/2$</td> </tr> <tr> <td>$3\pi/2$</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>$7\pi/4$</td> <td>$-\sqrt{2}/2$</td> </tr> <tr> <td>2π</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> Gráfica  	θ	$f(x)$	0	0	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\pi/2$	1	$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	π	0	$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$	$3\pi/2$	-1	$7\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$	2π	0
θ	$f(x)$																					
0	0																					
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$																					
$\pi/2$	1																					
$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$																					
π	0																					
$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$																					
$3\pi/2$	-1																					
$7\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$																					
2π	0																					

Figura 6
Concepto de dominio

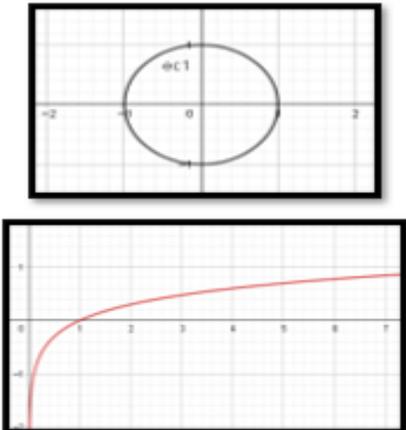
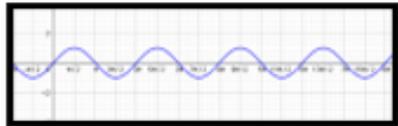
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal
 <p>Parte limitada de un territorio por ciertas características distintivas.</p>	<p>En las funciones, el dominio delimita el territorio o región donde se extiende el eje x.</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función con un dominio mayor?</p> 	<p>“El dominio de f (el conjunto de valores posibles de x)” Swokowski y Cole (1996)</p> <p>¿Qué valores se le pueden dar a la función seno en el eje x?</p> 

Figura 7
Concepto de contradominio o recorrido

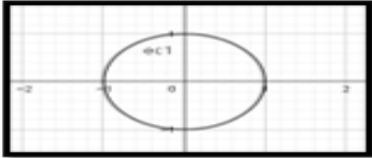
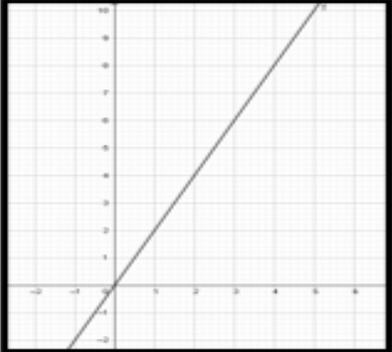
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal
 <p>Atravesar un espacio o lugar con toda su extensión o longitud.</p>	<p>En el caso de las funciones, el dominio delimita región o longitud donde se extiende el eje y.</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función con un contradominio o recorrido mayor?</p>  	<p>“El contradominio de f (el conjunto de valores posibles de y)” Swokowski y Cole (1996)</p> <p>¿Qué valores se le pueden dar a la función seno en el eje y?</p> 

Figura 8
Concepto de intersección

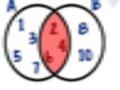
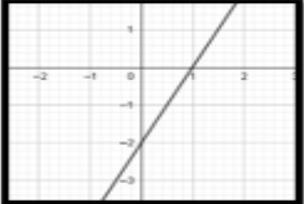
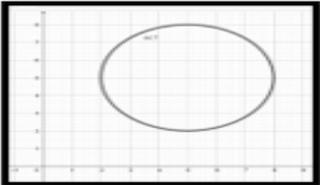
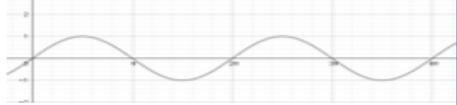
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal
<p>CONJUNTOS INTERSECCIÓN</p> <p>$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ $A \cap B$</p>   <p>Encuentro de dos superficies que se cortan, en un punto o una línea.</p>	<p>En el caso de las funciones, se da una intersección cuando una función <i>corta o intersecciona</i> a cualquiera de los ejes del plano cartesiano.</p> <p>¿En qué punto intersecciona al eje x las funciones siguientes? ¿En qué punto intersecciona al eje y las funciones siguientes?</p>  	<p>“La abscisa en el origen es la coordenada x de los puntos en los cuales la gráfica interseca el eje y. La ordenada en el origen es la coordenada y de los puntos de la gráfica donde la gráfica interseca al eje y” Swokowski y Cole (1996)</p> <p>¿En qué punto la gráfica interseca al eje y? ¿Cada cuánto la función seno interseca al eje x?</p> 

Figura 9
Concepto de Función Impar

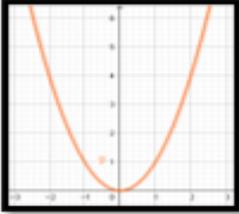
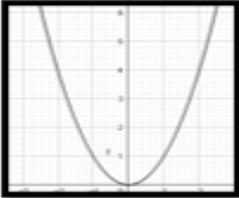
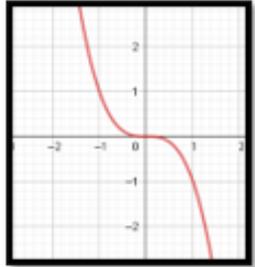
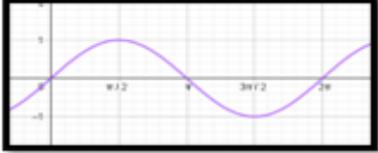
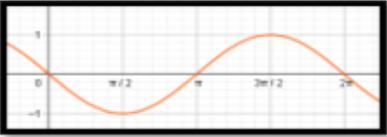
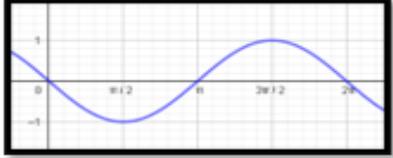
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal
 <p>Par: Igual o semejante totalmente. Impar: Que no tiene par, desigual.</p>	<p>Par: si $f(-x) = f(x)$ Impar: si $f(-x) = -f(x)$</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función par?</p> <p><input checked="" type="radio"/> $g: y = (-x)^2$</p>  <p><input type="radio"/> $f: y = x^2$</p>  <p><input checked="" type="radio"/> $f: y = (-x)^3$</p>  <p><input type="radio"/> $f: y = -x^3$</p> 	<p>“Se dice que una función es par si $f(-x) = f(x)$, para toda x en su dominio. Se dice que una función f, es impar, si $f(-x) = -f(x)$ para toda x en su dominio” Swokowski y Cole (1996)</p> <p>➤ Identifique si la función seno es par o impar</p> <p><input checked="" type="radio"/> $h: y = \text{sen}(x)$</p>  <p><input type="radio"/> $g: y = -\text{sen}(x)$</p>  <p><input checked="" type="radio"/> $f: y = \text{sen}(-x)$</p> 

Figura 10
Concepto de Periodo

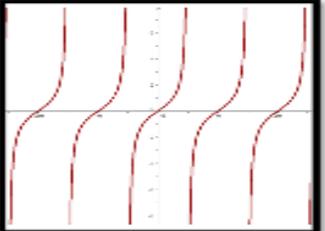
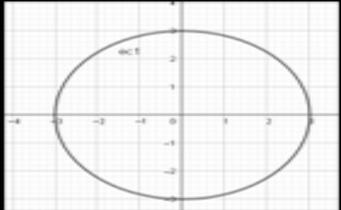
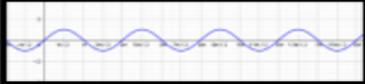
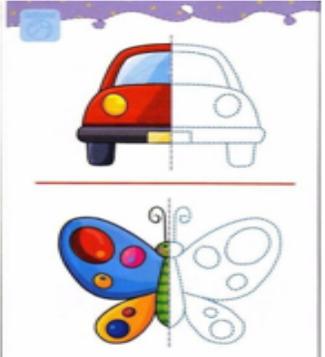
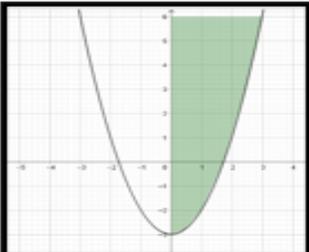
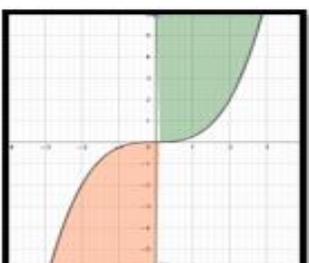
Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal
<p>EL DIA Y LA NOCHE</p>  <p>Tiempo que tarda algo en volver al estado o posición que tenía al principio.</p>	<p>La mayoría de las funciones trigonométrica, son periódicas, es decir que su forma se repite cada cierto lapso de x.</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función periódica?</p>  	<p>“Una función f es periódica si existe un número real positivo de k, tal que $f(t + k) = f(t)$, para toda t en el dominio de f. El mínimo número real positivo k, si existe, es el periodo de f” Swokowski y Cole (1996)</p> <p>¿La función seno es periódica?</p> 

Figura 11
Concepto de Simetría

Nivel concreto	Nivel de diferenciación	Nivel formal
 <p>Correspondencia que existe entre las partes de una figura con respecto a un eje</p>	<p>En el caso de las funciones, esta correspondencia se da entre las partes de una función con respecto al eje x, eje y, y origen.</p> <p>¿Cuál de las dos imágenes representa una función simetría con respecto al origen?</p>  	<p>“Si una gráfica es simétrica con respecto a un eje, es suficiente determinarla en una mitad del plano de coordenadas, ya que se puede hacer el esquema, del resto mediante la imagen especular o reflexión, con respecto al eje que se trate” Swokowski y Cole (1996)</p> <p>¿La función seno es simétrica? ¿Con respecto a cuál eje?</p> 

Actividades de conclusión (5 minutos)

- Interacción docente- estudiante

Para finalizar, se repasan las propiedades de la función $y = \sin \theta$, y se resalta la importancia de analizar y formar los conceptos matemáticos.

Conclusiones

Con base al análisis e interpretación de resultados obtenidos a través de la aplicación de instrumentos se refleja que los estudiantes presentan dificultades para graficar y establecer las propiedades de la función seno. Entre estas, sobresale la dificultad para integrar los conceptos matemáticos y se les cuesta relacionar de manera adecuada los conceptos con la vida cotidiana.

La literatura revisada indica que los estudiantes presentan dificultades para graficar y establecer las propiedades de la función seno. Estas dificultades se deben principalmente a la falta de integración de los conceptos matemáticos y la dificultad para relacionar adecuadamente estos conceptos con la vida cotidiana.

Describir el proceso de la formación de conceptos, permite que los docentes tengan esta importante herramienta en el desarrollo de contenidos nuevos. A lo estudiantes les ayuda a asimilar el contenido, partiendo desde los concretos básicos hasta el nivel matemático formal.

El programa de décimo grado de educación secundaria permite la elaboración de estrategias metodológicas para el análisis e interpretación de los conceptos matemáticos propios del contenido: “Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$ ”.

Estas estrategias, contribuyen al aprendizaje significativo de los estudiantes, debido a la temática a estudiar, de manera que la clase sea más participativa e interactiva.

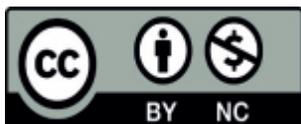
Se deja una estrategia metodológica para el análisis e interpretación de los conceptos matemáticos propios del contenido: “Gráfica y propiedades de la función $y = \sin \theta$ ”. Con el fin de que sean utilizadas por maestros que imparten este contenido y para futuros investigadores.

Referencias

- Aráuz Chévez, D. F., Herrera Herrera, P., Espinoza Espinoza, M. J., y González Funes, A. B. (2019). *Matemáticas 10 | Décimo Grado - Libro de Texto MINED Nicaragua*. Cooperación Técnica de Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).
- Behar Rivero, D. S. (2008). *Introducción a la Metodología de la Investigación*. Ediciones Shalom. Obtenido de <https://n9.cl/k9q2>
- Bravo, Rodríguez, N. A. (2022). GeoGebra como recurso interactivo para el logro de desempeños en el desarrollo de dos competencias del área de matemática. *Tesis de Grado*. Universidad Nacional del Santa. Obtenido de <https://repositorio.uns.edu.pe/handle/20.500.14278/4137>
- Bruto, M. (16 de septiembre de 2010). *Conozca 3 tipos de investigación: descriptiva, exploratoria y explicativa*. Recuperado el 26 de abril de 2020, de Academia.edu: https://www.academia.edu/8101101/Conozca_3_tipos_de_investigacion
- Cabezas Mejía, E. D., Andrade Naranjo, D., y Torres Santamaria, J. (2018). *Introducción a la Metodología de la Investigación Científica*. Sangolquí: Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. Obtenido de <https://n9.cl/iufq>

- Clauso García, A. (1993). Análisis documental: el análisis formal. *Revista General de Información y Documentación*, 1, 11-19. Obtenido de file:///C:/Users/PC/Downloads/ecob,+RGID9393120011A.PDF%20(1).pdf
- Feldman, R. S. (2010). *Psicología con aplicaciones en países de habla hispana*. (J. L. Núñez Herrejón, y E. Palos Báez, Trads.) México: Mc Graw Hill. Obtenido de https://www.academia.edu/36665695/Psicologia_con_aplicaciones_en_paises_de_habla_hispana_medilibros
- Gil Pascual, J. A. (2016). *Técnicas e instrumentos para la recogida de información*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia. Obtenido de <https://bit.ly/46s19G3>
- González, J. I., y Granera, J. A. (2021). Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA) para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Revista Científica de la FAREM-Estelí: medio ambiente, tecnología y desarrollo humano*, 49-62. Recuperado el 2 de diciembre de 2021, de <https://rcientificaesteli.unan.edu.ni/index.php/RCientifica/article/view/1080/1142>
- Grimaldo Muchotrigo, M. (2009). investigación cualitativa. *Manual de la investigación en psicología*. Obtenido de <https://n9.cl/2bpnc>
- Herrera Castrillo, C. J. (2019). *Estadística y Probabilidades | Física Matemática*. UNAN-Managua / FAREM-Estelí. Obtenido de <https://n9.cl/estadisticayprob>
- Herrera-Castrillo, C. J. (2023). Impacto del proyecto para el aprendizaje amigable de matemática en educación secundaria. *Revista Electrónica De Conocimientos, Saberes Y Prácticas*, 6(1), 11-28. <https://doi.org/10.5377/recsp.v6i1.15475>
- Herrera-Castrillo, C. J., y Córdoba-López, M. A. (2024). Formación especial en aprendizaje amigable de Matemáticas. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 16(1), 12-25. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v16i1.143>
- Latorre, M., y Seco, J. (2013). *Estrategias y técnicas metodológicas*. Obtenido de <https://www.umch.edu.pe>
- Muñoz Vallecillo, L. O., Martínez González, Y. Y., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Uso de simuladores y asistente matemático en la demostración del principio de Pascal al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica*, 2(6), 48-60. Obtenido de <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/214>
- Rand, A. (2011). *Introducción a la epistemología objetivista*. Grito Sagrado.
- Real Academia Española (RAE). (2014). *En Diccionario de la lengua española (23a ed.)*. Recuperado el 12 de diciembre de 2021, de <http://dle.rae.es/?id=KHdGTfC>
- Rodríguez Jiménez, A., y Pérez Jacinto, A. O. (2017). Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento. *Revista Escuela de Administración de Negocios* (82), 1-26. Recuperado el 5 de marzo de 2022, de <https://www.redalyc.org/pdf/206/20652069006.pdf>
- Sánchez-Balarezo, R. W., y Borja-Andrade, A. M. (2022). GeoGebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Dominio De Las Ciencias*, 8(2), 33-52. <https://doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>
- Sanfeliciano, A. (31 de mayo de 2019). *La mente es maravillosa*. Obtenido de <https://lamenteesmaravillosa.com/aprendizaje-significativo-definicion-caracteristicas/>
- Swokowski, E., y Cole, J. (1993). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. (V. González, Trad.) <https://doi.org/Grupo Editorial Iberoamérica>.

- Tamayo Ly, C., y Silva Siesquén, I. (2012). *Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos*. Obtenido de <https://n9.cl/jbmcp>
- Torres Ampuero, N. D., y Quispe Aparicio, Y. L. (2020). Software GeoGebra y construcción de fractales con estudiantes de tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Mixta Fortunato Luciano Herrera Garmendia Cusco – 2019. *Tesis de Grado*. Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco | Facultad de Educación y Ciencias de la Comunicación. Obtenido de <https://repositorio.unsaac.edu.pe/handle/20.500.12918/5485>
- Zavala Arnal, C. M., y Salinas, J. R. (2017). La Interdisciplinariedad En El Aula De Educación Secundaria: Una Investigación A Través De La Opinión Del Profesorado De Las Áreas De Música, Lengua Castellana Y Literatura, Y Ciencias Sociales. *European Scientific Journal*, 13(19), 281-291. Obtenido de <https://eujournal.org/index.php/esj/article/view/9637>



© Los autores. Este artículo es publicado por la *Revista Educación* de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga. Es de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia atribución no comercial 4.0 Internacional. (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), que permite el uso no comercial y distribución en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada.